

真空预压-加热联合作用下竖井地基 大变形固结模型

周亚东¹, 吴松林¹, 邢蓓琪¹, 李玉龙²

(1. 天津城建大学 天津市软土特性与工程环境重点实验室, 天津 300384; 2. 天津市博川建设工程有限公司, 天津 300350)

摘 要: 采用分段线性差分法, 建立了饱和土竖井地基真空预压联合加热大变形非线性固结模型 RVTCS。该模型将土层径向热传导与大变形热固结相耦合, 可以考虑固结过程中土体热应力和热膨胀、土体自重、径向和竖向渗流、时间相关的热源温度、非线性压缩性和渗透性关系、回弹再压缩效应, 具有分析真空预压联合加热各种组合下的大变形热固结问题的能力。采用现有大型真空预压联合加热固结试验对该模型进行验证, 沉降量的 RVTCS 数值解与室内试验结果吻合较好。通过算例分析, 深入研究了不同组合工况下超静孔压、沉降量、固结度和温度的变化规律, 真空预压联合加热能够显著提高土体的沉降量和固结速率。

关 键 词: 真空预压; 热固结; 饱和土; 大变形; 数值模型

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2026) 02-571-10

A large strain consolidation model of vertical drains foundation under vacuum preloading combined with heating

ZHOU Ya-dong¹, WU Song-lin¹, XING Bei-qi¹, LI Yu-long²

(1. Key Laboratory of Soft Soils and Engineering Environment of Tianjin, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China;

2. Tianjin Bochan Construction Engineering Co., Ltd., Tianjin, 300350, China)

Abstract: A large strain nonlinear radial consolidation model RVTCS for saturated soil foundation under vacuum preloading combined with heating is developed by using piecewise-linear difference method. This model couples radial heat conduction in a soil layer with large-strain thermo-consolidation. It accounts for thermal stress and thermal expansion during consolidation, self-weight, radial and vertical seepage, time-dependent heat-source temperature, nonlinear relationships between compressibility and permeability, and rebound-recompression behavior. The model can analyze large-strain thermo-consolidation under various combinations of vacuum preloading and heating. The model is verified by large-scale vacuum preloading combined with heating consolidation test, and the RVTCS numerical solution of settlement is in good agreement with the indoor test results. The variation laws of excess pore water pressure, settlement, degree of consolidation, temperature and energy consumption under different combined conditions are deeply studied through the analysis of numerical examples. The combination of vacuum preloading and heating can significantly improve the settlement and consolidation rate of soil layer.

Keywords: vacuum preloading; thermo-consolidation; saturated soil; large strain; numerical model

1 引 言

我国沿海及内陆河湖流域分布着大量饱和软黏土地基, 由于其低渗透性使常规真空预压处理周期长、效果欠佳。近年来, 热固结受到广泛关注, 研究人员将热固结与真空预压相结合, 开展了一系列试验研究。真空预压联合加热技术不仅能够有效提

高饱和土地基的处理效率, 而且能够增加饱和土地基的沉降量, 减小工后沉降^[1-3]。通过研究真空预压联合热排水固结法的作用机制、固结效果评价和模型参数优化等关键问题, 可以为热固结技术的实际应用提供理论依据和技术支持, 从而提高其工程应用效果和经济效益。

在热固结理论及数值模型方面, Biot^[4-5]首次将

收稿日期: 2025-02-07

录用日期: 2025-05-27

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51608351); 天津市自然科学基金 (No. 25JCYBJC00380)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51608351) and the Natural Science Foundation of Tianjin (25JCYBJC00380).

第一作者简介: 周亚东, 男, 1985 年生, 博士, 教授, 主要从事软基处理等方面的研究工作。E-mail: zyd476300@126.com

通信作者: 李玉龙, 男, 1987 年生, 硕士, 高级工程师, 主要从事地基处理等方面的研究工作。E-mail: liyulong031205@163.com

等温条件下固结理论拓展到非等温领域,从而构建了热固结的控制方程。Booker 等^[6]以此为基础提出了点热源问题的解析解。Laloui 等^[7]开发了考虑温度影响的土体本构模型,并建立了非等温领域的饱和土体耦合温度的控制方程。白冰^[8-9]分别利用傅里叶变换和拉普拉斯变换,依次求出了非等温领域的饱和土体一维热固结控制方程。Ghaaowd 等^[10]提出了饱和土体加热不排水过程中超孔隙水压力的预测模型。陶海冰等^[11]构建了饱和黏土的大变形热弹性本构模型,并开发了饱和黏土地基热固结有限元程序。Liu 等^[12]构建了考虑温度场和次压缩沉降的一维热固结理论,导出了固结度及孔隙水压的显式解。邓岳保等^[13]考虑压缩性的非线性变化和加热对土体固结影响,建立了荷载和加热联合作用下饱和土地基的固结沉降计算方法,但未考虑热传导过程的影响。周亚东等^[14]将土层热传导与固结变形相耦合,建立了饱和土条件下的一维热固结数值模型。

多孔介质热-水-力耦合问题求解往往比较复杂,当下热固结解析解及数值模型一般是基于小变形情况,并未考虑土体参数的非线性变化或考虑不全面。研究表明,真空预压联合加热处理高含水率软土地基固结变形大于 10%^[2-3],属于大应变范畴,采用大变形固结理论进行分析更符合实际情况。此外,上述研究主要涉及一维热固结问题,对于二维和三维热-水-力多场耦合问题,即便采用最简化的线性本构模型,也很难得到解析解答^[13],数值模型的发展为解决此类复杂问题提供了新思路。

本文基于分段线性大变形固结模型^[15-19],在 Fox 等^[20]大应变径向固结模型 RCS1 的基础上,嵌入饱和土径向热传导控制方程,采用有限差分法求解该控制方程并与固结变形相耦合,建立饱和土真空预压联合加热大变形非线性固结模型 RVTCS。该模型可考虑土体的热应力和热膨胀、径向热传导效应、径竖向渗流、变化的热源温度、非线性压缩性和渗透性关系等多种复杂因素,具备处理真空预压、加热各种组合工况下的饱和土地基大变形热固结问题的能力。通过室内试验结果验证该模型的可靠性,通过算例分析进一步探讨真空预压-加热联合固结下不同组合工况对软土地基固结特性的影响。

2 模型建立

2.1 几何图形

假设土层为饱和土,水和土颗粒不可压缩,竖向排水体与热源位置相同。在初始阶段 ($t=0$), RVTCS 模型如图 1(a)所示。图中, H_0 为土层初始

厚度, q_0 为土层上覆初始荷载, h_{wt} 和 h_{wb} 分别为顶面边界和底面边界的初始水头, d_w 、 d_s 和 d_e 分别为竖向排水体(热源)、涂抹区及影响区的直径。 k_v 和 k_r 分别为初始温度下土层的竖向及径向渗透系数,考虑土层渗透的各向异性,土层径向渗透系数表示为 $k_r = r_k k_v$, 其中 r_k 为渗透系数比。将涂抹区划分为 R_s 环,涂抹区内土体渗透系数为 $k_{sr} = k_r / \eta$, η 为涂抹区渗透系数比。整个土层沿径向和竖向分别被划分为 R_i 环和 R_j 层,单个单元的初始厚度 $L_0 = H_0 / R_j$, 土层初始温度为 T_0 。以土层底面为基准面,选取基准面和排水体中心轴线的交点为坐标原点,径向和竖向坐标分别为 r 和 z 。第 i 列单元中心节点的半径和影响区半径分别为 r_i 和 r_e , 单元 ij 中心节点的高程为 $z_{0,i,j}$ 。

$t > 0$ 时,土层顶面及排水板内真空负压为 Δp^t , 土体顶面的荷载增量为 Δq_i^t , 土层中心热源温度及影响区边界温度分别为 T_s^t 和 T_b^t 。固结过程中, RVTCS 模型热源温度沿径向传热,土体单元依次升温, t 时刻,单元 $(i+1)j$ 的温度为 $T_{i+1,j}^t$ 。在真空负压和温度共同作用下孔隙水沿径向及竖向发生渗流,各土体单元的属性随时间步逐渐变化^[14]。假设土层仅产生竖向变形,每个环形单元的横截面为 Δr_i^t , 时间 t 后土层变形如图 1(b)所示。 t 时刻,第 i 列土层单元的沉降量为 S_i^t 。

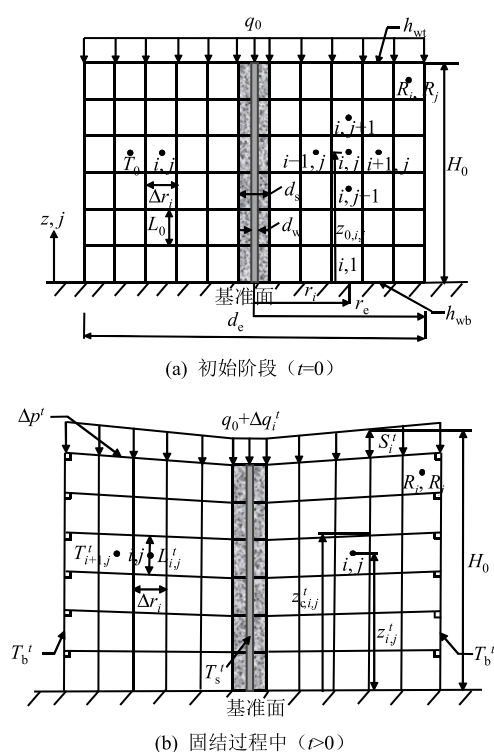


图 1 模型几何图形

Fig.1 Model geometry

$t > 0$ 时, 单元 ij 的平均厚度 $L'_{i,j}$ 和中心节点高程 $z'_{i,j}$ 可分别表示为^[20]

$$\left. \begin{aligned} L'_{i,j} &= \frac{z'_{c,i-1,j} - z'_{c,i-1,j-1} + z'_{c,i,j} - z'_{c,i,j-1}}{2} \\ z'_{i,j} &= \frac{z'_{c,i-1,j} + z'_{c,i-1,j-1} + z'_{c,i,j} + z'_{c,i,j-1}}{4} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $z'_{c,i,j}$ 为单元 ij 的右上顶点高程, 而且顶点高程的计算方式为

$$z'_{c,i,j} = z'_{c,i-1,j} + z'_{c,i,j-1} - z'_{c,i-1,j-1} + \frac{3\Delta r_i [V'_{i,j} - \pi(z'_{c,i-1,j} - z'_{c,i-1,j-1})(r_2^2 - r_1^2)]}{\pi(r_1^3 - 3r_1r_2^2 + 2r_2^3)} \quad (2)$$

式中: $V'_{i,j}$ 为单元 ij 在 t 时刻的单元体积; $r_1 = r_i - (\Delta r_i / 2)$; $r_2 = r_i + (\Delta r_i / 2)$ 。

2.2 土体径向热传导

本模型耦合饱和土体径向热传导控制方程^[21]:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3)$$

式中: C 为土体等效单位体积比热容; T 为土体温度; λ 为土体导热系数; r 为土体影响半径。

采用有限差分法求解该控制方程, 依据图 1 建立差分格式, 式 (3) 可改写为

$$C'_{i,j} \frac{T^{t+\Delta t}_{i,j} - T^t_{i,j}}{\Delta t} = \lambda'_{i,j} \left(\frac{i'_{T,i,j} - i'_{T,i+1,j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} + \frac{1}{r_i} \frac{T^t_{i,j} - T^t_{i+1,j}}{r_{i+1,j} - r_{i,j}} \right) \quad (4)$$

式中: Δt 为时间步; $C'_{i,j}$ 和 $\lambda'_{i,j}$ 分别为 t 时刻土体单元 ij 的体积比热容和导热系数; $T^t_{i,j}$ 为 t 时刻土体单元 ij 的温度; $i'_{T,i,j}$ 为 t 时刻土体单元 $(i-1)j$ 和 ij 中心节点之间的温度梯度, 可表示为

$$i'_{T,i,j} = \frac{T^t_{i-1,j} - T^t_{i,j}}{r^t_{i-1,j} - r^t_{i,j}} \quad (5)$$

热源边界存在热传导, $i'_{T,0,j} = 2(T^t_s - T^t_{1,j}) / \Delta r_1$; 若影响区边界有热传导, 则 $i'_{T,R_i,j} = 2(T^t_{R_i,j} - T^t_b) / \Delta r_{R_i}$, 否则, $i'_{T,R_i,j} = 0$ 。本模型忽略垂直方向上的热传导, 顶部和底部温度边界无热交换。

在 t 时刻, 土体单元 ij 的导热系数及体积比热容^[22]可表示为

$$\lambda'_{i,j} = \lambda^{\theta'_{w,i,j}}_w \lambda^{\theta'_{s,i,j}}_s \quad (6)$$

$$C'_{i,j} = c_w \rho_w \theta'_{w,i,j} + c_s \rho_s \theta'_{s,i,j} \quad (7)$$

式中: λ_s 和 λ_w 分别为土固体颗粒和液体孔隙水的热

传导系数; ρ_s 和 ρ_w 分别为土固体颗粒和液体孔隙水的密度; c_s 和 c_w 分别为土固体颗粒和液体孔隙水的体积比热容^[14]; $\theta'_{w,i,j} = e'_{i,j} / (1 + e'_{i,j})$ 为 t 时刻土体单元 ij 的孔隙水体积含量; $\theta'_{s,i,j} = 1 - \theta'_{w,i,j}$ 为 t 时刻土体单元 ij 的土颗粒体积含量; $e'_{i,j}$ 为 t 时刻土体单元 ij 的孔隙比。

由式 (4), 在 $t + \Delta t$ 时刻土体单元 ij 的温度更新为

$$T^{t+\Delta t}_{i,j} = \frac{\lambda'_{i,j}}{C'_{i,j}} \left(\frac{i'_{T,i,j} - i'_{T,i+1,j}}{r_{i+1} - r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{T^t_{i,j} - T^t_{i+1,j}}{r_{i+1} - r_i} \right) \Delta t + T^t_{i,j} \quad (8)$$

在 $t + \Delta t$ 时刻, 第 1 列和第 R_i 列的土体单元温度分别更新为

$$T^{t+\Delta t}_{1,j} = T^t_{1,j} + \frac{\lambda'_{1,j}}{C'_{1,j}} \left(\frac{i'_{T,1,j} - i'_{T,2,j}}{r_2 - r_1} + \frac{1}{r_1} \frac{T^t_{1,j} - T^t_{2,j}}{r_2 - r_1} \right) \Delta t \quad (9)$$

$$T^{t+\Delta t}_{R_i,j} = T^t_{R_i,j} + \frac{\lambda'_{R_i,j}}{C'_{R_i,j}} \cdot \left(\frac{i'_{T,R_i,j} - i'_{T,R_i+1,j}}{r_{R_i+1} - r_{R_i}} + \frac{1}{r_{R_i}} \frac{T^t_{R_i,j} - T^t_{R_i+1,j}}{r_{R_i+1} - r_{R_i}} \right) \Delta t \quad (10)$$

2.3 土体热固结

RVTCS 的土体本构关系由离散数据点组成, 包括压缩性和渗透性关系曲线, 如图 2 所示。其中, 图 2(a)为室温下土体压缩性关系曲线, 由 R_m 个数据点依次连接而成, 每个点依次对应有有效应力和孔隙比的横纵坐标, 回弹指数 C_r 为常数。图 2(b)为室温下土体渗透性关系曲线, 由 R_n 个数据点线性连接而成, 每个点依次对应渗透系数和孔隙比的横纵坐标。以上标 “ $\wedge$ ”、“ $\bar{\cdot}$ ” 来区分模型的输入值。图 2 中关系曲线代表变量的趋势性, 实际运用中可由试验实测数据或相关公式给出, 如常用的 $e - \lg \sigma'$ 和 $e - \lg k$ 模型。

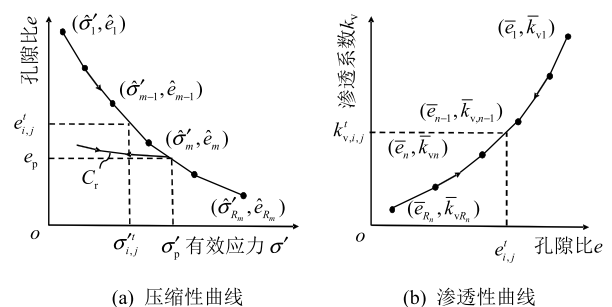


图 2 土体非线性关系
Fig.2 Nonlinear relationship of soil

每个土体单元中心点竖向总应力分别由总荷载及土体自重构成, $t > 0$ 时, 单元 ij 中心点的总应力 $\sigma'_{i,j}$ 为

$$\sigma'_{i,j} = (h_{wt} - \frac{z'_{c,i-1,R_j} + z'_{c,i,R_j}}{2})\gamma_w + q_0 + \Delta q'_i + \frac{V'_{i,j}\gamma'_{i,j}}{4\pi r_i \Delta r_i} + \sum_{m=j+1}^{R_j} \frac{V'_{i,m}\gamma'_{i,m}}{2\pi r_i \Delta r_i} \quad (11)$$

式中: h_{wt} 为顶面边界水头高度; γ_w 为水的重度; $\gamma'_{i,j}$ 为 t 时刻单元 ij 的饱和重度:

$$\gamma'_{i,j} = \gamma_w \frac{G_s + e'_{i,j}}{1 + e'_{i,j}} \quad (12)$$

式中: G_s 为土颗粒相对密度。

考虑固结过程中土体回弹再压缩效应, 设 t 时刻土体单元 ij 的先期固结应力为 $\sigma'_{p,i,j}$, 对应的孔隙比为 $e'_{p,i,j}$ 。若 $e'_{i,j} \leq e'_{p,i,j}$, 室温条件下可由孔隙比 $e'_{i,j}$ 和图 2(a) 关系曲线算出土体单元 ij 的有效应力 $\sigma'_{i,j}$ [14]; 若 $e'_{i,j} > e'_{p,i,j}$, 则室温条件下土体单元 ij 的有效应力 $\sigma'_{i,j}$ [23-24] 为

$$\sigma'_{i,j} = \sigma'_{p,i,j} \exp \left(2.303 \frac{e'_{p,i,j} - e'_{i,j}}{C_r} \right) \quad (13)$$

由于土体有效应力受温度的影响, 采用 Cekerevac 等 [25] 建立的温度和有效应力的关系式来计算。 t 时刻土体单元 ij 有温度影响的有效应力 $\sigma'_{T,i,j}$ 可表示为

$$\sigma'_{T,i,j} = \sigma'_{i,j} \left[1 - \xi \lg \left(\frac{T'_{i,j}}{T_0} \right) \right] \quad (14)$$

式中: ξ 为受温度影响的材料特定参数, 不考虑土体颗粒级配的影响, 通常 ξ 取 0.3~0.5。

孔隙水压力 $u'_{i,j}$ 和超静孔隙水压力 $u'_{ex,i,j}$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} u'_{i,j} &= \sigma'_{i,j} - \sigma'_{T,i,j} \\ u'_{ex,i,j} &= u'_{i,j} + (z'_{i,j} - h_w) \gamma_w \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$t > 0$ 时, 室温下土体单元 ij 的竖向渗透系数 $k'_{v,i,j}$ 可由孔隙比 $e'_{i,j}$ 和图 2(b) 关系曲线计算得出。土层固结时, 土体差异沉降会使土体单元发生变形, 同时竖向渗透系数 $k'_{z,i,j}$ 也会偏离 $k'_{v,i,j}$ 的初始垂直方向。则 $k'_{z,i,j}$ 可由下式计算 [20]:

$$k'_{z,i,j} = \frac{k'_{v,i,j}}{\sin \theta'_{i,j} + \frac{\cos^2 \theta'_{i,j}}{r_k}} \quad (16)$$

式中: $\theta'_{i,j}$ 为土体单元 ij 在 t 时刻水平方向与初始竖向的夹角。

相邻两个单元 ij 和 $i(j+1)$ 之间的等效竖向渗透系数 $k'_{zs,i,j}$ 可以表示为

$$k'_{zs,i,j} = \frac{k'_{z,i,j+1} k'_{z,i,j} (L'_{i,j+1} + L'_{i,j})}{L'_{i,j+1} k'_{z,i,j} + L'_{i,j} k'_{z,i,j+1}} \quad (17)$$

同理, 相邻两个单元 ij 和 $(i+1)j$ 之间的等效径向渗透系数 $k'_{rs,i,j}$ 可以表示为

$$k'_{rs,i,j} = \frac{r_k (\Delta r'_i + \Delta r'_{i+1}) k'_{v,i,j} k'_{v,i+1,j}}{\Delta r'_{i+1} k'_{v,i,j} + \Delta r'_i k'_{v,i+1,j}} \quad (18)$$

土体渗透系数受温度影响, 依据 Abuel-Naga 等 [26] 建立的与温度与渗透系数关系式, t 时刻考虑温度影响的土体单元 ij 的等效竖向和径向渗透系数 $k'_{T,zs,i,j}$ 、 $k'_{T,rs,i,j}$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} k'_{T,zs,i,j} &= \left[\frac{\mu(T'_0) \gamma_w (T'_{i,j})}{\mu(T'_{i,j}) \gamma_w (T'_0)} \right] k'_{zs,i,j} \\ k'_{T,rs,i,j} &= \left[\frac{\mu(T'_0) \gamma_w (T'_{i,j})}{\mu(T'_{i,j}) \gamma_w (T'_0)} \right] k'_{rs,i,j} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: μ 为孔隙水黏度; $\mu(T'_{i,j}) = -0.000\,465\,75 \ln(T'_{i,j}) + 0.002\,391\,38$; $\gamma_w (T'_{i,j})$ 为考虑温度影响的孔隙水重度, $\gamma_w (T'_{i,j}) = \gamma_w (T'_0) / [1 - \alpha_w (T'_{i,j} - T'_0)]$, α_w 为孔隙水的热膨胀系数。

在 t 时刻, 土体单元 ij 和 $i(j+1)$ 之间的竖向渗流量 $q'_{z,i,j}$ 为

$$q'_{z,i,j} = -k'_{T,zs,i,j} i'_{z,i,j} 2\pi r_i \Delta r'_i \quad (20)$$

式中: $i'_{z,i,j}$ 为竖向水力梯度, 可表示为

$$i'_{z,i,j} = \frac{h'_{i,j+1} - h'_{i,j}}{z'_{i,j+1} - z'_{i,j}} \quad (21)$$

式中: $h'_{i,j}$ 为土体单元 ij 中心节点的总水头, 可表示为

$$h'_{i,j} = z'_{i,j} + \frac{u'_{i,j}}{\gamma_w} \quad (22)$$

若为底面边界排水, 则 $i'_{z,i,0} = (h'_{i,1} - h_{wb}) / z'_{i,1}$, 否则 $i'_{z,i,0} = 0$; 若为顶面边界排水, 当真空压力施加到顶面边界时, 则 $i'_{z,i,R_j} = 2(h_{wt} - h'_{i,R_j} + \Delta p'_t / \gamma_w) / L'_{i,R_j} \cdot \sin \theta'_{i,R_j}$, 否则 $i'_{z,i,R_j} = 0$ [27]。

在 t 时刻, 土体单元 ij 和单元 $(i+1)j$ 之间的径向渗流量 $q'_{r,i,j}$ 为

$$q'_{r,i,j} = -k'_{T,rs,i,j} i'_{r,i,j} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right) (z'_{c,i,j} - z'_{c,i,j-1}) \sin \theta'_{i,j} \quad (23)$$

式中： $i'_{r,i,j}$ 为径向水力梯度，可表示为

$$i'_{r,i,j} = \frac{h'_{i+1,j} - h'_{i,j}}{\sqrt{(r_{i+1} - r_i)^2 + (z_{i+1,j} - z'_{i,j})^2}} \quad (24)$$

在排水板边界处， $k'_{T,rs,0,j} = r_k k'_{T,sv,1,j}$ 。假设排水体中的总水头在 h_{wt} 和 h_{wb} 之间线性变化，排水体边界处的水力梯度为^[20]

$$i'_{r,0,j} = \frac{h'_{1,j} - \left[h_{wb} + \frac{z'_{c,0,j} + z'_{c,0,j-1}}{2z'_{c,0,R_j}} (h_{wt} - h_{wb}) + \Delta p'_t / \gamma_w \right]}{\sqrt{\left(\frac{\Delta r_1}{2} \right)^2 + \left(z'_{1,j} - \frac{z'_{c,0,j} + z'_{c,0,j-1}}{2} \right)^2}} \quad (25)$$

排水体处径向渗流量可表示为

$$q'_{r,0,j} = k'_{T,rs,0,j} i'_{r,0,j} 2\pi r_w (z'_{c,0,j} - z'_{c,0,j-1}) \sin \theta'_{1,j} \quad (26)$$

式中： r_w 为竖向排水体的半径。

外侧边界不排水，径向渗流量可表示为 $q'_{r,R_i,j} = 0$ 。

在 $t + \Delta t$ 时刻，由于固结过程中土体的热膨胀，单元 ij 的体积和孔隙比分别更新为

$$V_{i,j}^{t+\Delta t} = V_{i,j}^t [\alpha'_u (T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t) + 1] - (q'_{r,i,j} - q'_{r,i-1,j} + q'_{z,i,j} - q'_{z,i,j-1}) \Delta t \quad (27)$$

$$e_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{V_{i,j}^{t+\Delta t} (1 + e_{0,j})}{V_{0,j}} - 1 \quad (28)$$

式中： α'_u 为 t 时刻土体单元 ij 的热膨胀系数，可表示为

$$\alpha'_u = \alpha'_w \frac{e'_{i,j}}{1 + e'_{i,j}} + \frac{\alpha'_s}{1 + e'_{i,j}} \quad (29)$$

式中： α'_s 为土颗粒的热膨胀系数。

$t + \Delta t$ 时刻，单元 ij 的沉降量 $S_{i,j}^{t+\Delta t}$ 、土层沉降量 $S^{t+\Delta t}$ 和平均固结度 $U_{avg}^{t+\Delta t}$ 分别为

$$S_{i,j}^{t+\Delta t} = H_0 - z'_{c,i,R_j} \quad (30)$$

$$S^{t+\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{R_i} \sum_{j=1}^{R_j} (V_{0,i} - V_{i,j}^{t+\Delta t})}{\pi(r_c^2 - r_w^2)} \quad (31)$$

$$U_{avg}^{t+\Delta t} = \frac{S^{t+\Delta t}}{\bar{S}} \quad (32)$$

式中： $\bar{S}$ 为固结完成后土体的最终平均沉降量。

3 模型验证

3.1 曼谷软黏土热固结试验

Artidteang 等^[1]采用大型固结仪开展了真空预压联合加热室内试验，为验证模型的可靠性，采用 RVTCS 模型模拟此室内试验固结过程，并与试验结果进行对比。试验土样为曼谷软黏土，土层厚度 $H_0 = 0.95$ m，直径 $d_c = 0.45$ m，排水体等效直径 $d_w = 51.75$ mm，涂抹区直径 $d_s = 87$ mm。考虑土体自重，土颗粒相对密度 $G_s = 2.66$ ，初始孔隙比 $e_0 = 2.389$ ，压缩指数 $C_c = C_k = 0.5$ ，回弹指数 $C_r = 0.03$ ，初始荷载 $q_0 = 8$ kPa，竖向荷载增量 $\Delta q = 50$ kPa，真空压力 $\Delta p = 50$ kPa。受温度影响的材料特定参数 $\xi = 0.4$ ， $r_k = 1.1$ ，初始渗透系数 $k_{v0} = 1.3 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，初始温度 $T_0 = 25$ °C，临近排水体的热源温度 $T_s = 90$ °C， $T_b = 25$ °C。土颗粒的比热容、密度和热膨胀系数分别为 $800 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ 、 $2600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1.2 \times 10^{-5} \text{ °C}^{-1}$ ，孔隙水的比热容、密度和热膨胀系数分别为 $4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ 、 $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1.7 \times 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$ ，水和土骨架的导热系数分别为 0.58 、 $1.81 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ 。RVTCS 模型单元总数取 $R_i = R_j = 51$ ，不考虑排水体中真空度变化，且顶面排水、底面不排水。

图3给出了沉降量的 RVTCS 模型数值解和试验实测值随时间的变化。如图所示，室温条件下试验进行 42 d，土体沉降量达到 115 mm。热源温度为 90 °C 时，真空预压联合加热试验进行 29 d 沉降量达到 144 mm，此时热固结沉降基本趋于稳定。RVTCS 数值模拟结果与固结试验实测值基本吻合。

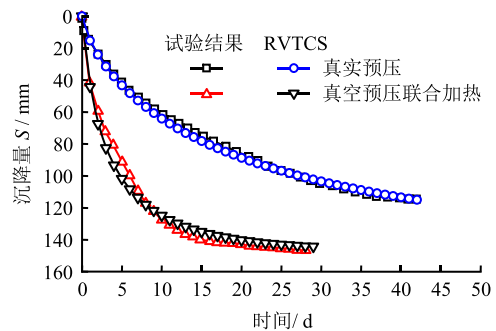


图3 沉降量随时间变化

Fig.3 Variation of settlement over time

3.2 疏浚淤泥热固结试验

Du 等^[3]开展了循环变温联合真空预压加固疏浚淤泥的试验研究，本文采用该试验实测值进一步验证模型的可靠性。模型参数：土层厚度 $H_0 = 0.7$ m，

直径 $d_c = 0.45$ m, 排水体等效直径 $d_w = 50$ mm, 涂抹区直径 $d_s = 85$ mm。考虑土体自重, 土颗粒相对密度 $G_s = 2.72$, $e_0 = 2.45$, 压缩指数 $C_c = 0.6$, 渗透指数 $C_k = 0.45$, 回弹指数 $C_r = 0.03$, $q_0 = 0.25$ kPa, $\Delta p = 85$ kPa。受温度影响的材料特定参数 $\xi = 0.4$, $r_k = 1$, 初始渗透系数 $k_{v0} = 2 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 初始温度 $T_0 = 25$ °C, 临近排水体的热源温度 $T_s = 90$ °C, $T_b = 25$ °C。土颗粒的比热容、密度和热膨胀系数分别为 $837.4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, $2\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1.2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, 孔隙水的比热容、密度和热膨胀系数分别为 $4\,200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, $1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1.7 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, 水和土骨架的导热系数分别为 0.58 、 $1.81 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ 。RVTCS 模型单元总数取 $R_i = R_j = 51$, 不考虑排水体中真空度变化, 顶面排水、底面不排水。

图 4 给出了沉降量的 RVTCS 数值解和试验实测值随时间的变化。如图所示, 模拟试验进行 432 h, 持续加热 90 °C 和循环加热 90 °C 两种工况的淤泥沉降量分别达到 246、239 mm。试验中的循环加热条件为 6 h 间歇一次, 受循环加热影响, 沉降量的 RVTCS 数值解出现轻微波动。整体上看, 数值结果与试验实测值吻合较好。

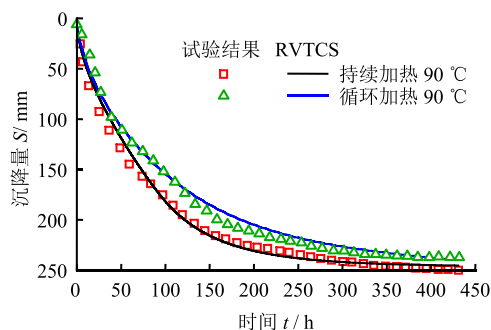


图 4 沉降量随时间变化

Fig.4 Variation of settlement over time

4 算例分析

本节采用 RVTCS 模型对真空预压联合加热的工况组合进行优化分析, 进一步阐述 RVTCS 模型的计算能力, 探讨土体真空预压联合加热不同工况组合对饱和土地基固结特性的影响。

土层参数如下: 土体厚度 $H_0 = 5$ m, 土体直径 $d_c = 2$ m, 排水体 (热源) 直径 $d_w = 0.1$ m, 涂抹区直径 $d_s = 0.2$ m。 $T_0 = 25$ °C, $T_s = 90$ °C, $e_0 = 2.4$, $G_s = 2.66$ 。土体压缩性及渗透性采用 $e - \lg \sigma'$ 和 $e - \lg k$ 模型, $C_c = C_k = 0.45$, $C_r = 0.03$, $q_0 = 10$ kPa, $\Delta q = 20$ kPa, $\Delta p = 80$ kPa, $k_0 = 1 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 受

温度影响的材料特定参数 $\xi = 0.4$, 径竖向渗透系数比值 1.1。取土颗粒的比热容、密度和热膨胀系数分别为 $800 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, $2\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1.2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, 取孔隙水的比热容、密度和热膨胀系数分别为 $4\,200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, $1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1.7 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, 水和土骨架的导热系数分别为 0.58 、 $1.81 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, RVTCS 模型单元数 $R_i = R_j = 51$, 忽略排水板中真空度变化。边界条件: 外侧边界无热交换, 顶面排水、底面不排水。分析工况如表 1 所示。其中, 工况 5 和工况 6 在整个固结期内加热时间相同, 间歇时长不同, 以对比分析间歇时长对土体固结沉降的影响。工况 7 与工况 6 相比, 加热时间缩短, 以探讨更小的能耗下土体固结沉降的变化规律。

表 1 分析工况

Table 1 Various operating conditions for RVTCS model analysis

编号	条件	$\Delta p'$ / kPa	温度 / °C
1	单纯加热	0	90
2	单纯真空预压	-80	25
3	真空预压联合加热	-80	90
4	先真空后真空加热联合	-80	90 ($t \geq 30$ d)
5	真空联合循环加热 (间歇 1 d)	-80	90 ($t=0 \sim 1$ d, 2~3 d, ...)
6	真空联合循环加热 (间歇 6 d)	-80	90 ($t=0 \sim 6$ d, 12~18 d, ...)
7	真空联合加热 (加热 2 d 停 4 d)	-80	90 ($t=0 \sim 2$ d, 6~8 d, ...)
8	真空-加热交替 ($t=0 \sim 1$ d, 2~3 d, ...)	-80	90 ($t=1 \sim 2$ d, 3~4 d, ...)

4.1 真空预压联合恒温加热

图 5 展示了不同时刻工况 1~4 土层中部超静孔压沿径向的变化。如图所示, 4 种工况除工况 1 外均产生负超静孔压, 工况 1 超静孔压随固结天数增加逐渐消散, 工况 2~4 同一位置的超静孔压 (负值) 随时间逐渐减小。由于排水体侧自由排水, 单纯加热时排水体侧的超静孔压一直保持为 0。当单纯真空预压或真空预压联合加热固结时, 排水体侧的超静孔压一直保持为 -80 kPa。与单纯真空预压相比, 真空预压联合加热进行固结时, 显然土层中超静孔压消散得更快, 这是因为温度升高土体渗透系数增大的缘故。由于工况 4 从 $t = 30$ d 时开始加热, $t = 10$ d 时工况 4 与工况 2 超静孔压曲线重合, $t = 30.1$ d 时, 热传导使工况 4 在热源附近的土体超静孔压小于工况 2。由图 5(c) 可以看出, $t = 80$ d 时工

况4负超静孔压明显小于工况2负超静孔压,但仍小于工况3真空持续加热条件下超静孔压的消散速度。

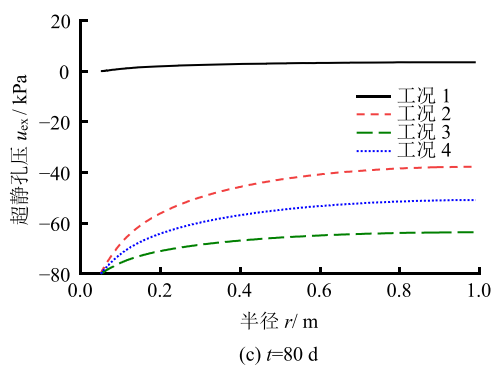
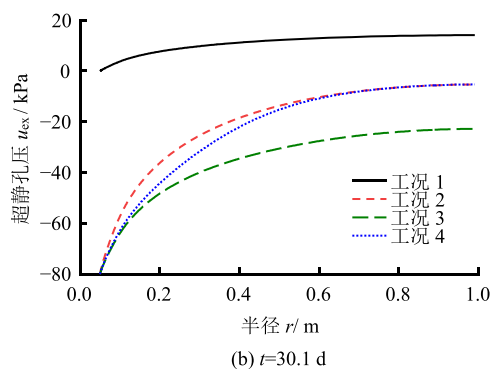
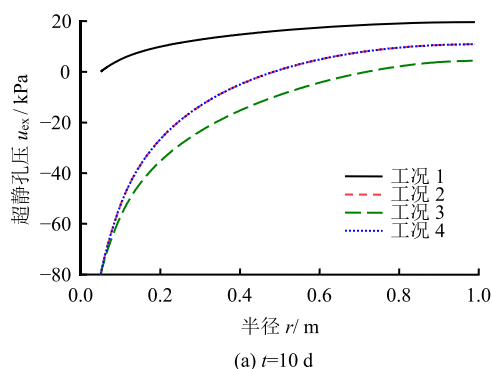


图5 超静孔压时空分布

Fig.5 Spatio-temporal distribution of excess pore pressure

图6给出了固结过程中工况1~4沉降量及固结度随时间的变化。同一时间,工况1与工况2土体表面的沉降量均小于工况3。工况1~4土体最终沉降量依次为0.278、0.522、0.599、0.599 m,垂直方向上的应变依次达到5.56%、10.44%、11.98%、11.98%。真空预压联合加热土体固结速率明显加快,沉降量显著提高。与持续加热的工况3相比,滞后30 d开始加热的工况4沉降速率稍慢但最终沉降量相等。

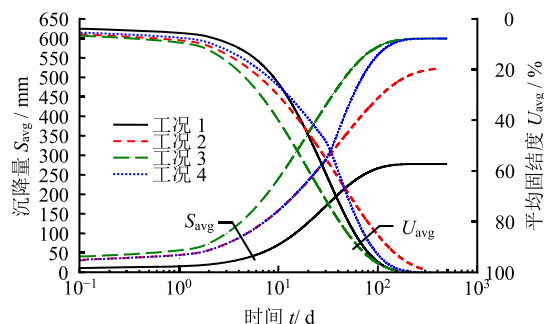


图6 工况1~4沉降量及平均固结度

Fig.6 Settlement and average degree of consolidation of work conditions 1-4

4.2 真空预压联合循环加热

为节约能耗,本节进一步探讨真空预压联合循环加热的组合模式对土体沉降固结的影响。图7给出了不同循环加热条件下土体表面沉降量及固结度随时间的变化情况,并与持续加热的工况3进行了对比。如图所示,循环加热模式下沉降量随温度变化出现波动,温度循环周期越高沉降量波动幅度越大。与持续加热的工况3相比,间隔6 d循环加热的工况6固结速率稍慢,最终沉降量接近工况3;间隔1 d循环加热的工况5和加热2 d停4 d循环加热的工况7沉降量次之。图8给出了距热源不同距离的土体温度随时间的变化,温度的振荡幅度不同。分析其原因,主要是循环周期较小时土体单元循环加热时间不足,上一周期土体单元未升温到90℃就已经进入降温阶段而影响了固结变形,导致循环温度下的土体中间和外边界单元达不到90℃而影响最终沉降量。因此,宜采用大周期循环加热进行热固结以更好地促进土体径向热传导,进而提升热固结效率。此外,从图8还可以看出,温度循环周期越小温度振幅越小;相同温度循环周期下,

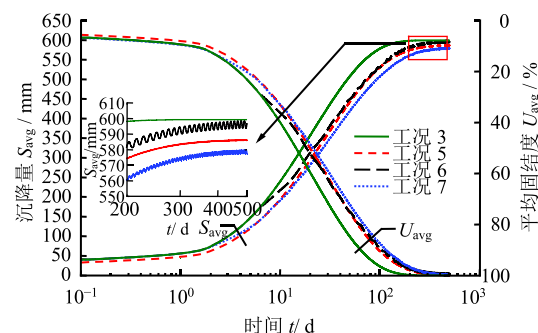


图7 工况3、5、6、7沉降量及平均固结度

Fig.7 Settlement and average consolidation degree under working conditions 3, 5, 6, and 7

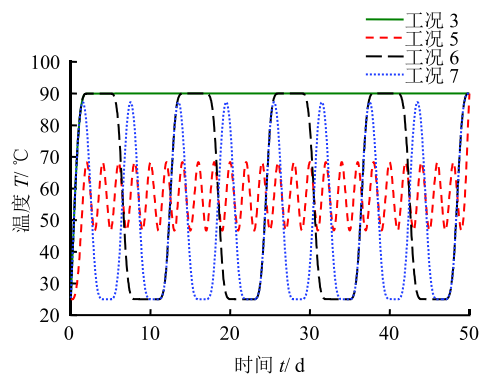
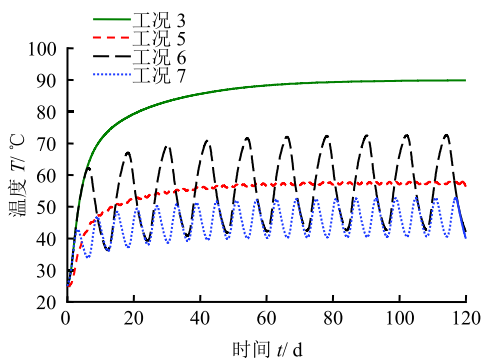
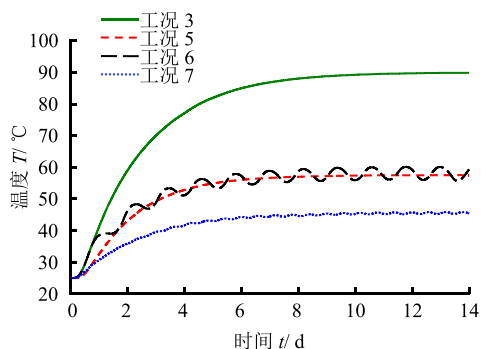
(a) 临近热源土体 ($i=1, j=26$)(b) 中部土体 ($i=26, j=26$)(c) 外侧土体 ($i=51, j=26$)

图 8 工况 3、5、6、7 温度随时间变化
Fig.8 Variation of temperature with time
under working conditions 3, 5, 6, 7

距离热源越远温度振幅越小, 由于热传导使温度变化的敏感性越低。

图 9 展示了真空-加热交替组合模式下工况 8 的沉降量随时间的变化。前期无真空作用固结时土体沉降速率明显降低, 而后期无真空作用固结时土体沉降量发生回弹, 表明此时真空负压对土体沉降固结的作用大于温度的影响。在整个固结后期, 沉降量受真空-加热交替的影响而波动直到固结稳定。图 10 将工况 8 与其他 3 个代表性组合模式对比分析, 真空-加热交替条件下土体沉降固结效果最差, 最终沉降量仅达到 0.463 m。

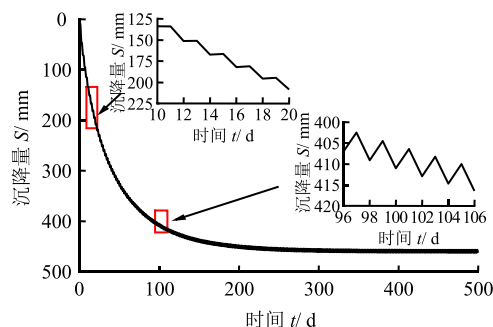


图 9 交替真空预压联合加热沉降量随时间变化
Fig.9 Variation of settlement with time under alternating
vacuum preloading and heating

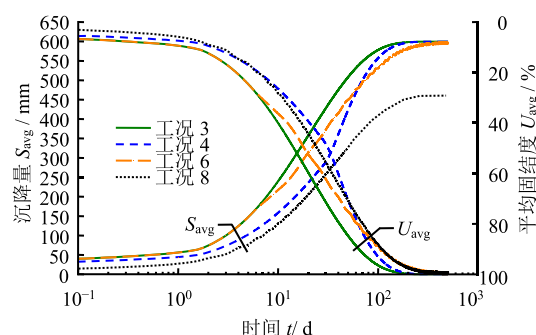


图 10 工况 3、4、6、8 沉降量及平均固结度
Fig.10 Variations in settlement and average consolidation
degree over time under working conditions 3, 4, 6, and 8

5 结 论

本文采用分段线性有限差分法, 建立了饱和土地基真空预压联合加热的径向热固结模型 RVTCS, 通过模型验证及不同工况下的算例分析, 得出如下结论:

(1) RVTCS 模型可以考虑径向热传导、土体的热应力和热膨胀、土体自重、径向和竖向渗流、非线性压缩性和渗透性关系、时间相关的热源温度和大应变问题, 具有分析真空预压联合加热不同组合形式下大变形热固结问题的能力。

(2) 采用 RVTCS 对现有文献中软黏土和疏浚淤泥的真空预压联合加热固结试验进行模拟, 对比分析表明, 沉降量的模型数值解与试验实测值吻合较好, 该数值模型具有较高的可靠性。

(3) 真空预压联合加热土体固结速率明显加快, 沉降量显著提高。循环加热条件下, 土体沉降量及温度随时间出现波动; 热源温度循环周期越大, 土体温度振幅越大, 该振幅随径向距离的增加而减小; 加大热源温度循环周期有利于促进土体径向热传导, 提升固结效果。

参考文献

- [1] ARTIDTEANG S, BERGADO D T, SAOWAPAKP-IBOON J, et al. Enhancement of efficiency of prefabricated vertical drains using surcharge, vacuum and heat preloading[J]. **Geosynthetics International**, 2011, 18(1): 35-47.
- [2] WANG J, CAI Y Q, YUAN G H, et al. Temperature effects on dredged slurry performance under vacuum preloading[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2020, 57(12): 1970-1981.
- [3] DU C Z, HU X Q, FU H T, et al. Effects of temperature circulation on dredged sludge improved by vacuum preloading[J]. **Soils and Foundations**, 2021, 61(5): 1343-1353.
- [4] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation[J]. **Journal of Applied Physics**, 1941, 12(2): 155-164.
- [5] BIOT M A. Thermoelasticity and irreversible thermodynamics[J]. **Journal of Applied Physics**, 1956, 27(3): 240-253.
- [6] BOOKER J R, SAVVIDOU C. Consolidation around a point heat source[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1985, 9(2): 173-184.
- [7] LALOUI L, CEKEREVAC C. Numerical simulation of the non-isothermal mechanical behaviour of soils[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35(5): 729-745.
- [8] 白冰. 岩土颗粒介质非等温一维热固结特性研究[J]. **工程力学**, 2005, 22(5): 186-191.
- BAI Bing. One-dimensional thermal consolidation characteristics of geotechnical media under non-isothermal condition[J]. **Engineering Mechanics**, 2005, 22(5): 186-191.
- [9] BAI B. Thermal consolidation of layered porous half-space to variable thermal loading[J]. **Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)**, 2006, 11(27): 1531-1539.
- [10] GHAAOWD I, TAKAI A, KATSUMI T, et al. Pore water pressure prediction for undrained heating of soils[J]. **Environmental Geotechnics**, 2015, 4(2): 70-78.
- [11] 陶海冰, 刘干斌, 谢康和, 等. 竖井地基热排水固结本构模型及试验验证[J]. **岩土工程学报**, 2015, 37(6): 1077-1085.
- TAO Hai-bing, LIU Gan-bin, XIE Kang-he, et al. A constitutive model for thermal consolidation with vertical drains and its experimental verification[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(6): 1077-1085.
- [12] LIU Q, DENG Y B, WANG T Y. One-dimensional nonlinear consolidation theory for soft ground considering secondary consolidation and the thermal effect[J]. **Computers and Geotechnics**, 2018, 104: 22-28.
- [13] 邓岳保, 王天园, 孔纲强. 考虑温度效应的饱和土地基固结理论[J]. **岩土工程学报**, 2019, 41(10): 1827-1835.
- DENG Yue-bao, WANG Tian-yuan, KONG Gang-qiang. Consolidation theory for saturated ground considering temperature effects[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 41(10): 1827-1835.
- [14] 周亚东, 李龙辉, 陈思源. 饱和土一维大变形非线性热固结模型[J]. **岩石力学与工程学报**, 2023, 42(9): 2306-2314.
- ZHOU Ya-dong, LI Long-hui, CHEN Si-yuan. One-dimensional large strain nonlinear thermal consolidation model for saturated soil[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2023, 42(9): 2306-2314.
- [15] FOX P J, BERLES J D. CS2: a piecewise-linear model for large strain consolidation[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1997, 21(7): 453-475.
- [16] 周亚东, 邓安, 刘中宪, 等. 考虑饱和度变化的一维电渗固结模型[J]. **岩土工程学报**, 2017, 39(8): 1524-1529.
- ZHOU Ya-dong, DENG An, LIU Zhong-xian, et al. One-dimensional electroosmosis consolidation model considering variable saturation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2017, 39(8): 1524-1529.
- [17] 杨鹏, 蒲诃夫, 郑俊杰, 等. 真空-堆载联合预压下竖井地基大变形非线性固结模型[J]. **岩石力学与工程学报**, 2019, 38(10): 2104-2111.
- YANG Peng, PU He-fu, ZHENG Jun-jie, et al. A large-strain nonlinear consolidation model of saturated soft soils stabilized by the vacuum-surcharge combined preloading method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2019, 38(10): 2104-2111.
- [18] 周亚东, 翟鑫东, 李顺群, 等. 碎石桩复合地基大变形非线性固结模型[J]. **岩土力学**, 2022, 43(10): 2777-2784.
- ZHOU Ya-dong, ZHAI Xin-dong, LI Shun-qun, et al. Nonlinear consolidation model of stone column composite foundation considering large strain[J]. **Rock**

and Soil Mechanics, 2022, 43(10): 2777-2784.

- [19] 周亚东, 王保田, 邓安. 分段线性电渗-堆载耦合固结模型[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(12): 2311-2316.
ZHOU Ya-dong, WANG Bao-tian, DENG An. Piecewise-linear model for electro-osmosis-surcharge preloading coupled consolidation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(12): 2311-2316.
- [20] FOX P J, DI NICOLA M, QUIGLEY D W. Piecewise-linear model for large strain radial consolidation[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2003, 129(10): 940-950.
- [21] CARSLAW H S, JAEGER J C. Conduction of heat in solids[M]. New York: Oxford University Press, 1959: 510.
- [22] FAROUKI O T. Thermal properties of soils[M]. Hanover: US Army Corps of Engineers, Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1981.
- [23] FOX P J. Coupled large strain consolidation and solute transport. I: model development[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2007, 133(1): 3-15.
- [24] FOX P J. Coupled large strain consolidation and solute transport. II: model verification and simulation results[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2007, 133(1): 16-29.
- [25] CEKEREVAC C, LALOUI L. Experimental study of thermal effects on the mechanical behaviour of a clay[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2004, 28: 209-228.
- [26] ABUEL-NAGA H M, BERGADO D T, CHAI PRAKAIKEO W S, et al. Innovative thermal technique for enhancing the performance of prefabricated vertical drain during the preloading process[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2006, 24(6): 359-370.
- [27] PU H F, YANG P, LU M M, et al. Piecewise-linear large-strain model for radial consolidation with non-Darcian flow and general constitutive relationships[J]. **Computers and Geotechnics**, 2020, 118: 103327.
-
- 上接第 570 页
- [16] 郭朝斌, 张可倪, 李采. 压缩空气含水层储能系统设计及可行性分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(7): 1107-1112.
GUO Chao-bin, ZHANG Ke-ni, LI Cai. Design and feasibility analysis of compressed air energy storage systems in aquifers[J]. **Journal of Tongji University (Natural Science)**, 2016, 44(7): 1107-1112.
- [17] BAI B, LÜ G Z, LI X C, et al. Quantitative measures for characterizing the sealing ability of caprock with pore networks in CO₂ geological storage[J]. **Energy Procedia**, 2014, 63: 5435-5442.
- [18] 国家能源局. 加快油气勘探开发与新能源融合发展行动方案(2023—2025年)[EB/OL]. (2023-02-27) [2025-07-13]. https://zfxgk.nea.gov.cn/2023-02/27/c_1310704758.htm.
National Energy Administration. Action Plan for Accelerating the Integrated Development of Oil and Gas Exploration and New Energy (2023—2025) [EB/OL]. (2023-02-27)[2025-07-13]. https://zfxgk.nea.gov.cn/2023-02/27/c_1310704758.htm.
- [19] 李国平. 天然气盖层研究与评价[M]. 北京: 石油工业出版社, 1996.
LI Guo-ping. Research and evaluation of natural gas cap rocks[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1996.
- [20] 陈丽华, 徐怀先, 万玉金. 生储盖层评价[M]. 北京: 石油工业出版社, 1999.
CHEN Li-hua, XU Huai-xian, WAN Yu-jin. Evaluation of source-reservoir-cap rocks[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1999.
- [21] YANG D X, LI Q, ZHANG L Z. Propagation of pore pressure diffusion waves in saturated porous media[J]. **Journal of Applied Physics**, 2015, 117(13): 134902.
- [22] YANG D X, LI Q, ZHANG L Z. Propagation of pore pressure diffusion waves in saturated dual-porosity media (II)[J]. **Journal of Applied Physics**, 2016, 119(15): 154901.